

## Projektovanje elektronskih kola

### Sadržaj:

1. Uvod - osnovni pojmovi
2. Stilovi projektovanja i izrade prototipova
3. Projektovanje digitalnih kola (vežbe)
4. Projektovanje analognih kola
5. Osnove fizičkog projektovanja (projektovanje štampanih ploča)

LEDA - Laboratory for Electronic Design Automation  
<http://leda.elfak.ni.ac.rs/>  
18.04.2018.



1

## Projektovanje elektronskih kola

### Projektovanje analognih kola

1. Uvod
2. Analiza kola
3. Tolerancije
4. Optimizacija

18.04.2018.

2

2

## Analiza kola

### Tipovi analize?

Zavisno od vrste pobude, ima smisla analizirati ponašanje kola u

1. jednosmernom domenu (određivanje položaja jednosmerne radne tačke kola).
2. frekvencijskom domenu (frekvencijska karakteristika kola – amplitudska, fazna)
3. vremenskom domenu (talasni oblik napona/struja na izlazu kola pobuđenog impulsima poznatog talasnog oblika)

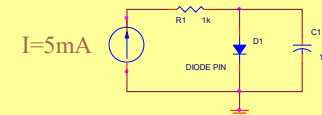
18.04.2018.

3

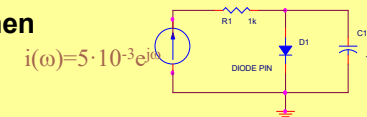
## Analiza kola

### Tipovi analize kola

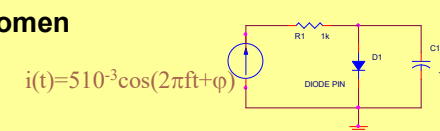
1. Jednosmerni domen (DC analiza)



2. Frekvencijski domen (AC analiza)



3. Vremenski domen (TR analiza)



18.04.2018.

4

Analiza kola

### Analiza kola

Tipovi analize?

Zavisno od vrste elemenata od kojih se kolo sastoji, različiti tip problema i metoda za analizu

1. Linearna otporna kola (R, linearni generatori, nezavisni i kontrolisani)
2. Linearna reaktivna kola (R, L, C, m, ...)
3. Nelinearna otporna (poluprovodničke komponente, R, ...)
4. Nelinearna reaktivna (poluprovodničke komponente, R, L, C, ...)

18.04.2018. 5

Analiza kola

Tipovi elektronskih kola	Tipovi analize kola
1. Linearna otporna R	1. Jednosmerni domen (DC analiza)
2. Linearna reaktivna L, C, m, ...	2. Frekvencijski domen (AC analiza)
3. Nelinearna otporna dioda, tranzistor, R, ...	3. Vremenski domen (TR analiza)
4. Nelinearna reaktivna dioda, tranzistor, R, L, C, ...	

18.04.2018. 6

Analiza kola

Matematički model	Način rešavanja sistema j-na
1. i 2. Linearne jednačine (realne i kompleksne)	1. i 2. LU faktorizacija (Gauss)
3. Linearne diferencijalne jednačine	3. Numeričko integraljenje - diskretizacija - svođenje na linearne algebarske (Euler)
4. Nelinearne algebarske jednačine	4. Linearizacija - iterativno svođenje na linearne algebarske (Newton-Kantorovič)
5. Nelinearne diferencijalne jednačine	5. Diskretizacija - svođenje na nelinearne algebarske i linearizacija - iterativno svođenje na linearne algebarske

18.04.2018.

Izračunavanje tolerancija

Izračunavanje tolerancija

18.04.2018. 8

**Šta su tolerancije?****Kako se definišu?****Tolerancije parametara kola:**

Nominalne vrednosti

Moguće vrednosti (R, C, gm, ...)

**Tolerancije odziva:**

Željene vrednosti

Prihvatljive vrednosti

- Napona, struja, frekvencijskog opsega,  
brzine odziva,...

18.04.2018.

9

**Opseg u kome se nalazi vrednost odziva naziva se tolerancija odziva**

$$\underline{F}_i < F_i < \overline{F}_i, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

 $\underline{F}_i$  Donja tolerancija odziva

 $\overline{F}_i$  Gornja tolerancija odziva

$$\underline{\Delta F}_i = \underline{F}_i - F_i < 0 \text{ za } F_i > 0, \quad \text{Donji priraštaj odziva}$$

$$\overline{\Delta F}_i = \overline{F}_i - F_i > 0 \text{ za } F_i > 0 \quad \text{Gornji priraštaj odziva}$$

18.04.2018.

10

**Opseg u kome se nalazi vrednost elementa kola naziva se tolerancija parametra**

$$\underline{p}_j < p_j < \overline{p}_j, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

 $\underline{p}_j$  Donja tolerancija parametra

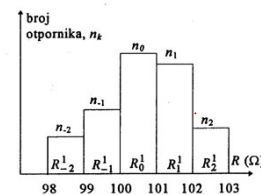
 $\overline{p}_j$  Gornja tolerancija parametra

$$\underline{\Delta p}_j = \underline{p}_j - p_j < 0 \text{ za } p_j > 0, \quad \text{Donji priraštaj parametra}$$

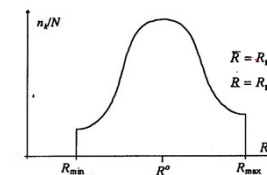
$$\overline{\Delta p}_j = \overline{p}_j - p_j > 0 \text{ za } p_j > 0 \quad \text{Gornji priraštaj parametra}$$

18.04.2018.

11

**Opseg u kome se nalazi vrednost elementa kola naziva se tolerancija parametra**

Slika 7.1 Histogram vrednosti otpornosti

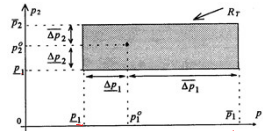


Slika 7.2 Relativna frekvencija pojavljivanja date vrednosti otpornosti

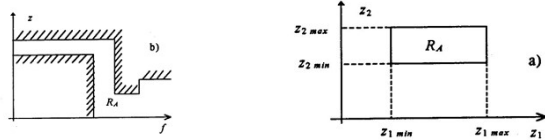
18.04.2018.

12

“Prostor“ mogućih vrednosti parametara  
(za slučaj kola sa dva parametra - površina)



“Prostor” prihvatljivosti odziva – oblast prihvatljivosti



za slučaj kola sa jednim odzivom

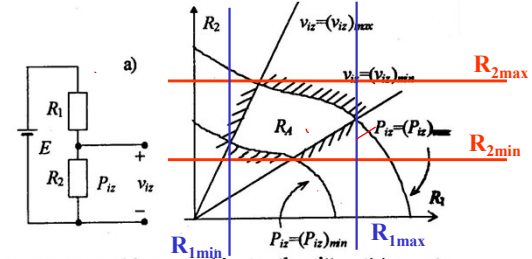
za slučaj kola sa dva odziva

18.04.2018.

13

Odziv prihvatljivosti  
(za slučaj kola sa slike, odzivi su  $v_{iz}$  i  $P_{iz}$ )

$$V_{iz} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E, \quad P_{iz} = V_{iz} I_{iz} = \left( \frac{E}{R_1 + R_2} \right)^2 R_2$$

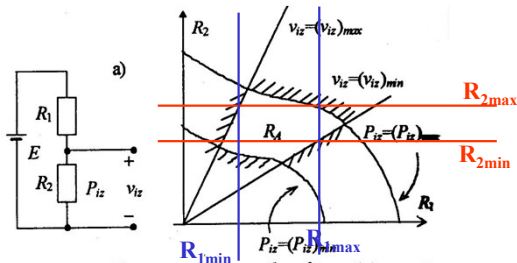


Slika 7.8 Preslikavanje oblasti prihvatljivosti iz prostora odziva u prostor parametara. a) kolo i b) prostor parametara i oblast prihvatljivosti prikazana u njemu

18.04.2018.

14

Odziv prihvatljivosti  
(za slučaj kola sa slike, odzivi su  $v_{iz}$  i  $P_{iz}$ )

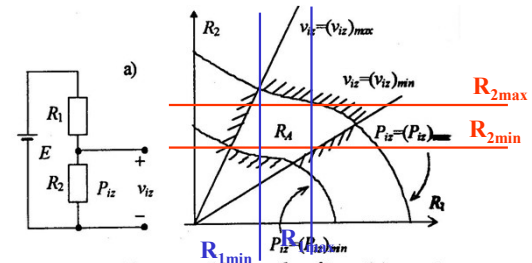


Slika 7.8 Preslikavanje oblasti prihvatljivosti iz prostora odziva u prostor parametara. a) kolo i b) prostor parametara i oblast prihvatljivosti prikazana u njemu

18.04.2018.

15

Odziv prihvatljivosti  
(za slučaj kola sa slike, odzivi su  $v_{iz}$  i  $P_{iz}$ )



Slika 7.8 Preslikavanje oblasti prihvatljivosti iz prostora odziva u prostor parametara. a) kolo i b) prostor parametara i oblast prihvatljivosti prikazana u njemu

18.04.2018.

16

Preslikavanje tolerancija parametara u tolerancije odziva zavisi od:

1. Načina specifikacije odziva (npr. Za amplitudsku karakteristiku: maksimalno ravna, Čebiševljeva i sl.)
2. Strukture kola (npr. Ista prenosna karakteristika može da se realizuje preko lestvičaste mreže i kaskadne sa povratnom spregom i sl.)
3. Tehnološkog postupka izrade (npr. ista funkcija može da se realizuje sa MOS tranzistorima ili u bipolarnoj tehnologiji i sl.)



18.04.2018.

17

**Analiza tolerancija:**

U kojem opsegu će se naći odziv za poznate vrednosti tolerancija parametara

**Sinteza tolerancija:**

Koje tolerancije treba da imaju parametri, da bi se dobio odziv sa željenim tolerancijama.

Razlikuje se izračunavanje tolerancija pri malim i velikim priraštajima parametara.

18.04.2018.

18

Izračunavanje tolerancija pri malim priraštajima parametara zasnovano je na poznavanju *koeficijenata osetljivosti*.

$$S_p = \frac{\partial F}{\partial p} \quad \text{Apsolutna osetljivost (Koeficijent osetljivosti)}$$

$$S_p = \frac{F(p + \Delta p) - F(p)}{\Delta p} \quad \text{Numeričko izračunavanje osetljivosti?}$$

Neracionalno!

$$Q_p^F = \frac{\partial \ln F}{\partial p} = \frac{1}{F} \frac{\partial F}{\partial p} \quad \text{Polurelativna (polulogaritamska osetljivost)}$$

$$S_p^F = \frac{\partial \ln F}{\partial \ln p} = \frac{F}{p} \frac{\partial F}{\partial p} = \frac{p}{F} \frac{\partial F}{\partial p} \quad \text{Relativna (logaritamska osetljivost)}$$

18.04.2018.

19

Izračunavanje tolerancija pri malim priraštajima parametara zasnovano je na poznavanju *koeficijenata osetljivosti*.

Apsolutna parcijalna tolerancija odziva

$$\Delta F_j = \frac{\partial F}{\partial p_j} \Delta p_j,$$

Priraštaj odziva usled promene *j*-tog parametra

18.04.2018.

20

**Apsolutna tolerancija odziva**

$$\Delta F = \sum_j^n \Delta F_j = \sum_j^n \frac{\partial F}{\partial p_j} \Delta p_j,$$

**Priraštaj odziva usled promene svih parametara (otpornosti, kapacitivnosti, induktivnosti, parametri tranzistora...)**

**Izračunavanje tolerancija pri malim priraštajima parametara zasnovano je na poznavanju koeficijenta osetljivosti.**

**Relativna parcijalna tolerancija odziva**

$$\frac{\Delta F_j}{F} = S_j^F \frac{\Delta p_j}{p_j},$$

**Relativna tolerancija odziva**

$$\frac{\Delta F}{F} = \sum_j^n \frac{\Delta F_j}{F} = \sum_j^n S_j^F \frac{\Delta p_j}{p_j},$$

**Koji priraštaj izabrati?**

$$\underline{\Delta p_j} = \underline{p_j} - p_j, \quad \text{Donji priraštaj parametra}$$

$$\overline{\Delta p_j} = \overline{p_j} - p_j \quad \text{Gornji priraštaj parametra}$$

**Metod najnepovoljnijeg slučaja (kornjer analiza)**

*Worst Case analysis, Corner analysis*

**Cilj: odrediti najnepovoljniji mogući odziv; ako je on u prihvatljivom opsegu, kolo će dobro da radi i za ostale vrednosti parametara**

$$\Delta F = \sum_j^n \Delta F_j = \sum_j^n \frac{\partial F}{\partial p_j} \Delta p_j,$$

**Metod najnepovoljnijeg slučaja**

Da bi se dobio najveći gornji odziv, svi elementi sume treba da budu pozitivni.

$$\frac{\partial F}{\partial p_j} \Delta p_j > 0, \quad j = 1, \dots, n$$

Najveći donji odziv dobiće se ako su svi elementi sume negativni.

$$\frac{\partial F}{\partial p_j} \Delta p_j < 0, \quad j = 1, \dots, n$$

18.04.2018.

25

**Metod najnepovoljnijeg slučaja**

Da bi se dobio najveći **GORNJI** odziv, uzimaju se

**gornji** priraštaji parametara

**ako je koeficijent osetljivosti odziva pozitivan i**

**donji** priraštaji parametara

**ako je koeficijent osetljivosti odziva negativan.**

18.04.2018.

26

**Metod najnepovoljnijeg slučaja**

Ako je  $(\delta F / \delta p_j) > 0$ ,

$$\overline{\Delta p_j} = \overline{p_j} - p_j \quad \text{Gornji priraštaj parametra}$$

Ako je  $(\delta F / \delta p_j) < 0$ ,

$$\underline{\Delta p_j} = \underline{p_j} - p_j, \quad \text{Donji priraštaj parametra}$$

$$\overline{\Delta F} = \sum_j^n \overline{\Delta F_j} = \sum_j^n \frac{\partial F}{\partial p_j} \Delta p_j,$$

18.04.2018.

27

**Metod najnepovoljnijeg slučaja**

Da bi se dobio najveći **DONJI** odziv, uzimaju se

**gornji** priraštaji parametara

**ako je koeficijent osetljivosti odziva negativan i**

**donji** priraštaji parametara

**ako je koeficijent osetljivosti odziva pozitivan.**

18.04.2018.

28

## Metod najnepovoljnijeg slučaja

Ako je  $(\delta F/\delta p_j) < 0$ ,

$$\overline{\Delta p_j} = \overline{p_j} - p_j \quad \text{Gornji priraštaj parametra}$$

Ako je  $(\delta F/\delta p_j) > 0$ ,

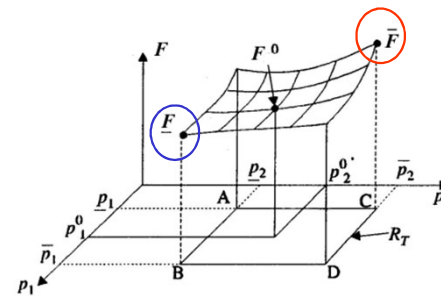
$$\underline{\Delta p_j} = \underline{p_j} - p_j, \quad \text{Donji priraštaj parametra}$$

$$\underline{\Delta F} = \sum_j^n \underline{\Delta F_j} = \sum_j^n \frac{\partial F}{\partial p_j} \Delta p_j,$$

18.04.2018.

29

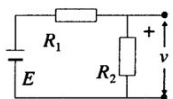
## Metod najnepovoljnijeg slučaja



18.04.2018.

30

## Metod najnepovoljnijeg slučaja (Primer)



$$R_1^0 = 1\text{k}\Omega, \underline{R_1} = 950\Omega, \overline{R_1} = 1110\Omega,$$

$$R_2^0 = 1\text{k}\Omega, \underline{R_2} = 920\Omega, \overline{R_2} = 1060\Omega,$$

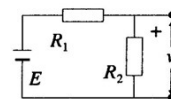
$$\underline{\Delta R_1} = -50\Omega, \underline{\Delta F} = 110\Omega, \delta U_{iz}/\delta R_1 = -R_2 E / (R_1 + R_2)^2 = -2.5 \cdot 10^{-3} \text{A}$$

$$\underline{\Delta R_2} = -80\Omega, \underline{\Delta R_2} = 60\Omega, \delta U_{iz}/\delta R_2 = R_1 E / (R_1 + R_2)^2 = 2.5 \cdot 10^{-3} \text{A}$$

18.04.2018.

31

## Metod najnepovoljnijeg slučaja (Primer)



$$\delta V_{iz}/\delta R_1 = -R_2 E / (R_1 + R_2)^2 = -2.5 \cdot 10^{-3} \text{A} < 0$$

$$\delta V_{iz}/\delta R_2 = R_1 E / (R_1 + R_2)^2 = 2.5 \cdot 10^{-3} \text{A} > 0$$

$$\overline{\Delta V_{iz}} = \frac{\partial V_{iz}}{\partial R_1} \Delta R_1 + \frac{\partial V_{iz}}{\partial R_2} \Delta R_2 = 0,275 \text{V}$$

$$\underline{\Delta V_{iz}} = \frac{\partial V_{iz}}{\partial R_1} \Delta R_1 + \frac{\partial V_{iz}}{\partial R_2} \Delta R_2 = -0,475 \text{V}.$$

$$\overline{V_{iz}} = V_{iz} + \overline{\Delta V_{iz}} = 5,275 \text{V}$$

$$\underline{V_{iz}} = V_{iz} + \underline{\Delta V_{iz}} = 4,525 \text{V}.$$

18.04.2018.

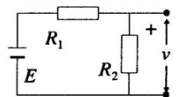
32



Izračunavanje tolerancija

### Metod najnepovoljnijeg slučaja (Primer)

$E=10V$



$R_2 \backslash R_1$	950	1000	1110
920	4.9197	4.7916	4.5320
1000	5.1282	5.0000	4.7393
1060	5.2736	5.1456	4.8848

$5.275 > 5.2736$      $4.525 < 4.5320$

18.04.2018. 33

Izračunavanje tolerancija

### Metod najnepovoljnijeg slučaja ugrađen u pSpice

[Worst Case analysis – pSpice](#)

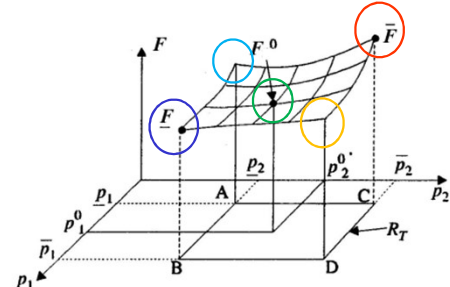
<https://www.youtube.com/watch?v=z9UF9obXsUU>

[makofje](#)

18.04.2018. 34

Izračunavanje tolerancija

### Korner analiza



18.04.2018. 35

Izračunavanje tolerancija

### Metod momenata

Primenjuje se kada su statističke vrednosti tolerancije parametara poznate

(srednja vrednost, standardna devijacija, funkcija raspodele,  $h_k$ )

18.04.2018. 36

**Metod momenata****Srednja vrednost**

$$\mu_p = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_i$$

**Varijansa**

Mera srednjeg rastojanja između svakog podatka i njihove srednje vrednosti jednaka je sumi kvadrata odstupanja od srednje vrednosti

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (p_i - \mu_p)^2$$

18.04.2018.

37

**Metod momenata****Standardna devijacija**

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (p_i - \mu_p)^2}$$

18.04.2018.

38

**Metod momenata**

Ukoliko vrednosti dva parametra ( $p_A$  i  $p_B$ ) koja određuju odziv neke funkcije nisu nezavisne, već zavise jedna od druge, kaže se da su međusobno povezane (korelisane).

Meru njihove povezanosti daje koeficijent korelacije:

$$\rho_{AB} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (p_{Ai} - \mu_A)(p_{Bi} - \mu_B)}{\sigma_A \sigma_B}$$

18.04.2018.

39

**Metod momenata**

Za  $n$  parametara definiše se matrica korelacije

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \dots & \rho_{1n} \\ \rho_{2n} & 1 & \dots & \rho_{2n} \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

18.04.2018.

40

## Metod momenata

Izračunavanje tolerancija

Dodatak

Bez dokaza navodimo, a može da se dokaže da

ukoliko je  $x$  definisano kao suma  $t_j$

$$x = \sum_{j=1}^n t_j,$$

a poznate su varijanse od  $t_j$  i matrica korelacije, tada varijansa  $x$  može da se izračuna kao:

$$\sigma_x^2 = \sigma_t^T R \sigma_t.$$

18.04.2018.

41

## Metod momenata

Izračunavanje tolerancija

Dodatak

Kada se ovo primeni na izračunavanje priraštaja odziva dobija se

$$\Delta F = \sum_{j=1}^n \frac{\partial F}{\partial p_j} \Delta p_j = \sum_{j=1}^n S_j \Delta p_j = \sum_{j=1}^n \Delta q_j,$$

$$\sigma_{\Delta q_j} = S_j \sigma_{\Delta p_j}$$

$$\sigma_F = [S_1 \sigma_1 \quad S_2 \sigma_2 \quad \dots \quad S_n \sigma_n] R \begin{bmatrix} S_1 \sigma_1 \\ S_2 \sigma_2 \\ M \\ S_n \sigma_n \end{bmatrix}$$

18.04.2018.

42

Za razliku od metoda najnepovoljnijeg slučaja u kome se pretpostavlja da su najverovatnije ekstremne vrednosti parametara, kod metoda momenata pretpostavlja se da je mala verovatnoća da parametri imaju ekstremne vrednosti.

(Primenljiv i za velike priraštaje parametara ako se proširi sabircima koji sadrže izvode višeg reda)

18.04.2018.

43

## Izračunavanje tolerancija pri velikim priraštajima parametara

### Metod Monte Carlo

#### Karakteristike

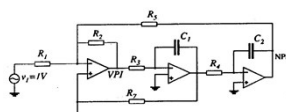
- veliki broj analiza
- uzimaju se slučajne vrednosti parametara
- rezultati se sistematizuju (histogram, grafički i sl.)
- najbolje prikazuju očekivani odziv pri masovnoj proizvodnji

18.04.2018.

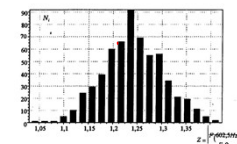
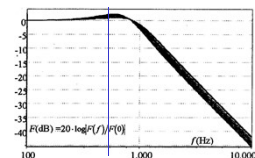
44

## Metod Monte Carlo (primenljiv i za male priraštaje parametara)

### Primer:



Slika 7.12 Električna šema filtra koji je predmet Monte-Carlo analize



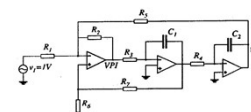
Slika 7.14 Histogram vrednosti amplitudne karakteristike na frekvenciji  $f = 602.5 \text{ Hz}$

18.04.2018.

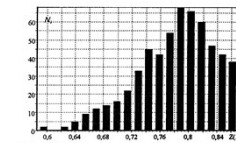
45

## Metod Monte Carlo (primenljiv i za male priraštaje parametara)

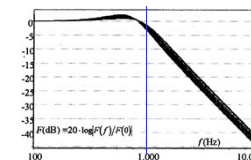
### Primer:



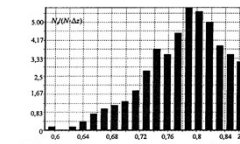
Slika 7.12 Električna šema filtra koji je predmet Monte-Carlo analize



Slika 7.15 Histogram vrednosti amplitudne karakteristike na frekvenciji  $f = 1000 \text{ Hz}$



18.04.2018.

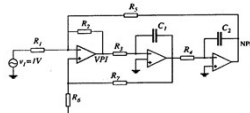


Slika 7.16 Normalizovani histogram vrednosti (približna gustina verovatnoće) amplitudne karakteristike na frekvenciji  $f = 1000 \text{ Hz}$ .

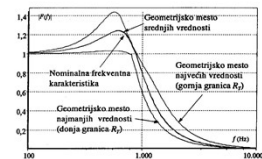
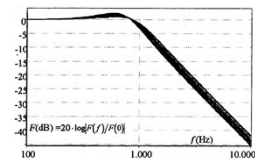
46

## Metod Monte Carlo (primenljiv i za male priraštaje parametara)

### Primer:



Slika 7.12 Električna šema filtra koji je predmet Monte-Carlo analize

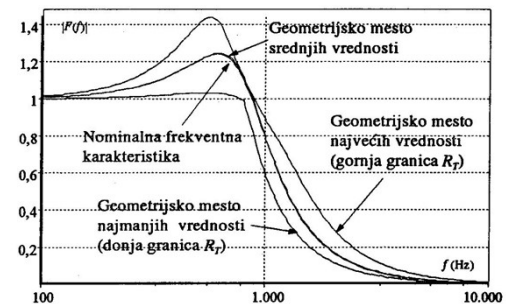


Slika 7.17 Sumarni pregled Monte-Carlo analize kola sa Sl. 7.12

18.04.2018.

## Metod Monte Carlo (primenljiv i za male priraštaje parametara)

### Primer:

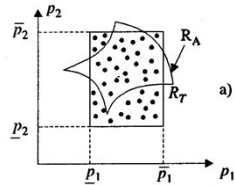


Slika 7.17 Sumarni pregled Monte-Carlo analize kola sa Sl. 7.12

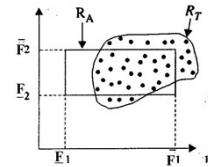
18.04.

48

## Metod Monte Carlo (jako koristan za procenu prinosa) Primer:



“Prostor” parametara



“Prostor” odziva

$$\text{Prinos} = (\text{broj prihvatljivih odziva, } R_A) / (\text{ukupan broj analiza, } R_T)$$

18.04.2018.

49

## Metod Monte Carlo ugrađen u Spice

[pSpice OrCAD](#)

[https://www.youtube.com/watch?v=tFyMdOSAY\\_4](https://www.youtube.com/watch?v=tFyMdOSAY_4)

18.04.2018.

50

## Metod Monte Carlo ugrađen u Spice MC

### LTSpice MC (x,y):

vraća bilo koji (*random*) broj u granicama  $x*(1+y)$  i  $x*(1-y)$  sa ravnomernom raspodelom

### Zato se vrednosti definišu kao parametri:

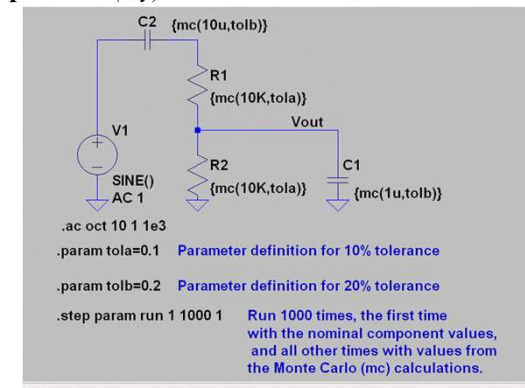
$$\{mc(10k,0.05)\} = 10k \pm 5\%$$

18.04.2018.

51

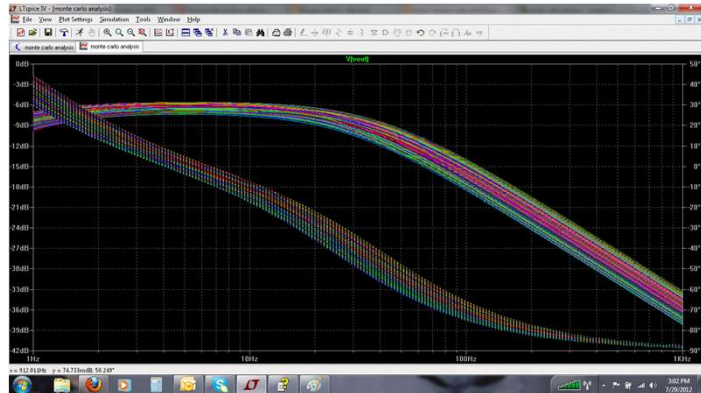
## Metod Monte Carlo ugrađen u Spice

### LTSpice MC (x,y):

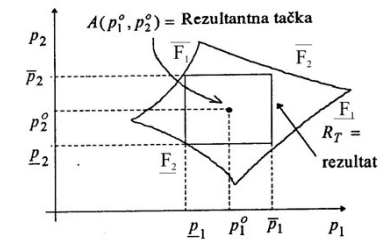


18.04.2018.

## Metod Monte Carlo ugrađen u Spice LTSpice MC (x,y):



## Sinteza tolerancija



Odrediti kvadrat (pravougaonik) sa najvećom površinom unutar oblasti prihvatljivog odziva

18.04.2018.

54

## Sinteza tolerancija (za male vrednosti tolerancija)

$$\Delta F = \sum_{j=1}^n \frac{\partial F}{\partial p_j} \Delta p_j = \sum_{j=1}^n \Delta F_j = n \Delta F_p; \quad \Delta F_p = \frac{\Delta F}{n}$$

Podjednaki uticaj svih parametara na odziv

$$\Delta F_p = \frac{\Delta F}{n} \quad \Delta p_j = \frac{\Delta F_p}{\left| \frac{\partial F}{\partial p_j} \right|} = \frac{\Delta F}{n \left| \frac{\partial F}{\partial p_j} \right|}$$

18.04.2018.

55

## Analiza kola - tolerancije

Šta treba da znamo?

**Elementarno (za potpis)**

**Ciljevi analize i sinteze tolerancija?**

**Osnovna (za 6)**

1. Opisati postupak i navesti cilj Metoda najnepovoljnijeg slučaja?
2. Opisati postupak i navesti cilj Monte Karlo analize?

LEDA - Laboratory for Electronic Design Automation  
http://leda.elfak.ni.ac.yu/



56

## Analiza kola - tolerancije

Šta treba da znamo?

### Ispitna pitanja

- a) Tolerancija odziva.
- b) Tolerancija parametara.
- c) Šta su gornji/donji priraštaji parametara/odziva?
- d) Nabrojati metode za analizu tolerancija pri malim priraštajima parametara.
- e) Nabrojati metode za analizu tolerancija pri velikim priraštajima parametara.
- f) Sinteza tolerancija.

## Sledeće nedelje Optimizacija